

No. of pages - 16

(M)

MID TERM EXAMINATION
CLASS: XI
SUBJECT: MATHEMATICS

TIME : 3 HRS.

M.M.75

General Instructions:

1. All questions are compulsory.
2. This question paper contains 29 questions.
3. Questions 1-5 in section A are very short-answer type questions carrying 1 mark each.
4. Questions 6-13 in section B are short-answer type questions carrying 2 marks each.
5. Questions 14-23 in section C are long-answer I type questions carrying 3 marks each.
6. Questions 24-29 in section D are long answer II type questions carrying 4 marks each.

सामान्य निर्देश

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं।
3. खंड-अ के प्रश्न 1-5 तक अति लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है।
4. खंड-ब के प्रश्न 6-13 तक लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित है।
5. खंड-स के प्रश्न 14-23 तक दीर्घ उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 3 अंक निर्धारित है।
6. खंड-द के प्रश्न 24-29 तक दीर्घ उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक निर्धारित है।

Section-A (खंड-'अ')

Question number 1 to 5 carry 1 mark each.

प्रश्न संख्या 1 से 5 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. Describe the following set in Roster form.

$\{x: x \text{ is positive integer and a divisor of } 9\}$

दिए गए समुच्चय को सारणीबद्ध रूप में लिखिए।

$\{x: x \text{ एक धन पूर्णांक है तथा } 9 \text{ का भाजक है}\}$

2. How many chords can be drawn through 21 points on a circle.

वृत्त पर स्थित 21 बिन्दुओं से कुल कितनी जीवाएँ खींची जा सकती हैं।

3. If $A = \{1, 2\}$ then write $A \times A \times A$

यदि $A = \{1, 2\}$ तो $A \times A \times A$ लिखिए।

4. Find the length of an arc of a circle of radius 3cm. If the angle subtended at the centre is 30° (use $\pi = 3.14$)

एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 3 से.मी. है। यदि केन्द्र पर बना कोण 30° हो तो संगत चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

5. Find the value of $i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9$

$i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9$ का मान ज्ञात कीजिए।

Section - B (खंड-'ब')

Question numbers 6 to 13 carry two marks each.

प्रश्न संख्या 6 से 13 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक के हैं।

6. If f is a real function defined by $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

then prove that $f(2x) = \frac{3f(x)+1}{f(x)+3}$

$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ द्वारा परिभाषित वास्तविक फलन f है तो

सिद्ध करो कि $f(2x) = \frac{3f(x)+1}{f(x)+3}$

7. If $\frac{(a^2+1)^2}{2a-i} = x+iy$,

then what is the value of x^2+y^2 ?

यदि $\frac{(a^2+1)^2}{2a-i} = x+iy$, हो

तो बताइए कि x^2+y^2 का मान क्या होगा ?

8. Find the range of function

$$f(x) = 1 + 3 \cos 2x$$

फलन $f(x) = 1 + 3 \cos 2x$ का परिसर ज्ञात कीजिए।

9. prove that

$$\frac{1 + \sin 2\theta + \cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta - \cos 2\theta} = \cot \theta$$

सिद्ध कीजिए

$$\frac{1 + \sin 2\theta + \cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta - \cos 2\theta} = \cot \theta$$

10. How many natural numbers less than 1000 can be formed with the digits 1, 2, 3, 4 and 5 if repetition of digits is allowed ?

अंकों 1, 2, 3, 4 और 5 से 1000 से छोटी कुल कितनी प्राकृत संख्याएँ बनाई जा सकती हैं यदि अंकों की पुनरावृत्ति की अनुमति है।

11. If $\tan(\pi \cos \theta) = \cot(\pi \sin \theta)$

then prove that $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$

यदि $\tan(\pi \cos \theta) = \cot(\pi \sin \theta)$ हो तो

सिद्ध करो कि $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$

12. To receive grade A in a course, one must obtain an average of 90 marks or more in five examinations (each of 100 marks). If Sunita's marks in first four examinations are 87, 92, 94 and 95. Find minimum marks that Sunita must obtain in fifth examination to get grade A in the course.

किसी पाठ्यक्रम में ग्रेड A पाने के लिए एक व्यक्ति को सभी पांच परीक्षाओं (प्रत्येक 100 अंक) में 90 अंक या अधिक अंक का औसत प्राप्त करना चाहिए। यदि सुनीता के प्रथम चार परीक्षाओं के प्राप्तांक 87, 92, 94 और 95 हो तो वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए जिसे पाँचवी परीक्षा में प्राप्त करके सुनीता उस पाठ्यक्रम में ग्रेड A पाएगी

13. How many words each of 3 vowels and 2 consonants can be formed from the letter of the word INVOLUTE.

INVOLUTE शब्द के अक्षरों से, प्रत्येक 3 स्वरों तथा 2 व्यंजनों वाले कुल कितने शब्दों की रचना की जा सकती है।

Section C (खंड-'स')

Question numbers 14-23 carry 3 marks each.

प्रश्न संख्या 14 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

14. Using Venn diagram verify $(A \cup B)' = A' \cap B'$

वेन आरेख का प्रयोग करके $(A \cup B)' = A' \cap B'$ सत्यापित कीजिए

15. If $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{0,7\}$ and $C = \{4\}$ then verify that

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

यदि $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{0,7\}$ and $C = \{4\}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

OR (अथवा)

If $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ then define a relation R from A to A by

$R = \{(x,y):y=x+1\}$, write

- (i) domain of R (ii) Range of R
(iii) Co-domain of R

यदि $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ हो तो, A से A के संबंध R को $R = \{(x,y):y=x+1\}$ द्वारा परिभाषित किया जाता है। बताइए

- (i) R का प्रान्त (ii) R का परिसर तथा
(iii) R का सहप्रान्त

16. If $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $A = \{2, 3\}$ and $B = \{x : x \text{ is a solution of } x^2 + 5x + 6 = 0\}$ Find

(i) $A - B$

(ii) B'

OR (अथवा)

Two finite sets have m and n elements. The number of subsets of the first set is 112 more than that of the second set. Find the value of m and n .

दो सीमित समुच्चयों में m तथा n अव्यव हैं। पहले समुच्चय के उपसमुच्चयों की संख्या दूसरे समुच्चय के उपसमुच्चयों की संख्या से 112 अधिक है। m तथा n का मान ज्ञात कीजिए।

17. Find the general solution of the equation

$$2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$$

समीकरण $2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

18. Prove that $\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ = \frac{3}{16}$

सिद्ध करो कि $\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ = \frac{3}{16}$

19. Solve for x , $-12 < 4 - \frac{3x}{-5} \leq 2$

असमिका $-12 < 4 - \frac{3x}{-5} \leq 2$ को हल कीजिए ।

20. Prove the following by the principle of mathematical induction
 "n(n+1)(2n+1), is divisible by 6" for all $n \in \mathbb{N}$.

सभी $n \in \mathbb{N}$ के लिए गणितीय आगमन सिद्धांत का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए की
 "n(n+1)(2n+1), 6 से विभाज्य है" ।

21. If $(1+2i)(1+3i)(1+4i)(1+5i) = x+iy$, then prove that
 $x^2+y^2 = 22100$.

यदि $(1+2i)(1+3i)(1+4i)(1+5i) = x+iy$, तो सिद्ध कीजिए
 $x^2+y^2 = 22100$.

MATH(MOR)XI

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3}}{-4} (\cos 60^\circ - \cos 20^\circ) \sin 80^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{-4} \left(\frac{1}{2} \sin 80^\circ - \frac{2 \sin 80^\circ \cos 20^\circ}{2} \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{-8} (\sin 80^\circ - \sin 100^\circ + \sin 60^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{-8} (\sin 80^\circ - \sin(\pi - 80^\circ) + \sin 60^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{-8} (\sin 80^\circ - \sin 80^\circ + \sin 60^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ & \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ & \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ & \cos(x+y) - \cos(x-y) \\ & \sin x + \sin y \\ & \sin(\pi - 80^\circ) \\ & = + \sin 80^\circ \end{aligned}$$

22. Prove that ${}^n C_r + 2 \cdot {}^n C_{r-1} + {}^n C_{r-2} = {}^{n+2} C_r$

सिद्ध करो की ${}^n C_r + 2 \cdot {}^n C_{r-1} + {}^n C_{r-2} = {}^{n+2} C_r$

23. Find the modulus and argument of the complex number

$$\frac{i-1}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$$

सम्मिश्र संख्या $\frac{i-1}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$ का मापांक और कोणांक ज्ञात कीजिए।

OR (अथवा)

If α and β are different complex numbers with $|\beta|=1$ then find

$$\left| \frac{\beta - \alpha}{1 - \bar{\alpha}\beta} \right|$$

यदि α और β भिन्न सम्मिश्र संख्याएँ हैं जहाँ $|\beta|=1$ तब $\left| \frac{\beta - \alpha}{1 - \bar{\alpha}\beta} \right|$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$k^2 + 8k + 2k + 16$$

$$k(k+8) + 2(k+8)$$

$$(k+1)(k+7) + (k+2)(k+8)$$

4.

Section D (खंड-'द')

Question numbers 24-29 carry 4 marks each.

प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

24. Using the principle of mathematical induction prove that

$$1.3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + n.3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4}$$

for all $n \in \mathbb{N}$

सभी $n \in \mathbb{N}$ के लिए गणितीय आगमन सिद्धान्त का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि

$$1.3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + n.3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4}$$

OR (अथवा)

Using the principle of mathematical induction. prove that

$$1.4.7 + 2.5.8 + 3.6.9 + \dots + n(n+3)(n+6) \\ = \frac{n}{4}(n+1)(n+6)(n+7)$$

for all $n \in \mathbb{N}$

MATH(MOR)XI

$$\begin{aligned} (k)(k+3)(k+6) &= \frac{k}{4}(k+1)(k+6)(k+7) \quad \text{II} \\ (k+1)(k+4)(k+7) &= \frac{(k+1)}{4}(k+2)(k+7)(k+8) \\ (k+1)(k+4)(k+7) + \frac{k}{4}(k+1)(k+6)(k+7) & \\ = (k+1)(k+7) \left[k+4 + \frac{k}{4}(k+6) \right] &= \left[\frac{4k+16 + k^2+6k}{4} \right] \end{aligned}$$

सभी $n \in \mathbb{N}$ के लिए गणितीय आगमन सिद्धान्त का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि

$$1 \cdot 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 \cdot 8 + 3 \cdot 6 \cdot 9 + \dots + n(n+3)(n+6)$$

$$= \frac{n}{4}(n+1)(n+6)(n+7)$$

25. Find the square root of $9+40i$.

$9+40i$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

26. Prove that

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma + \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma + \alpha}{2}\right)$$

सिद्ध कीजिए

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma + \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma + \alpha}{2}\right)$$

OR (अथवा)

Find the value of

$$\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$$

मान बताइए

$$\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$$

27. In a survey of 60 students, it was found that 25 students stick to the internet, 26 students remain busy with their mobile and 26 students prefer to read extra books. 9 students prefer to surf internet and remain busy with their mobile, 11 students prefer to surf internet and read extra books, 8 students prefer to remain busy with their mobile and read extra books and 3 students are engaged in all three activities.

(i) In your opinion in which activity a student should pay more attention?

(ii) How many students surf internet only?

60 विद्यार्थियों पर किए गए सर्वे में यह पाया गया कि 25 विद्यार्थी इंटरनेट से चिपके रहते हैं, 26 विद्यार्थी अपने मोबाईल में व्यस्त रहते हैं और 26 विद्यार्थी अतिरिक्त पुस्तकों को पढ़ना पसंद करते हैं। 9 विद्यार्थी इंटरनेट तथा मोबाईल में व्यस्त रहते हैं, 11 विद्यार्थी इंटरनेट तथा पुस्तकों को पढ़ने में, 8 विद्यार्थी अपने मोबाईल तथा पुस्तकों को पढ़ने में और 3 विद्यार्थी उपरोक्त तीनों क्रियाकलापों में व्यस्त रहते हैं।

(i) आपके विचार में विद्यार्थी को तीनों क्रियाकलापों में से किस पर अधिक ध्यान देना चाहिए?

(ii) कितने विद्यार्थी केवल इंटरनेट से चिपके रहते हैं?

28. A group consists of 4 girls and 7 boys. In how many ways can a team of 5 members be selected if the team has

- (i) no girl
- (ii) at least one boy and girl

एक समूह में 4 लड़कियाँ तथा 7 लड़के हैं। 5 सदस्यों की एक टीम को कितनी तरह से चुना जा सकता है यदि टीम में

- (i) कोई लड़की न हो।
- (ii) कम से कम 1 लड़का तथा 1 लड़की हो।

OR (अथवा)

We wish to select 6 persons from 8 but if the person A is chosen then B must be chosen. In how many ways can the selection be made?

हम 8 व्यक्तियों में से 6 व्यक्तियों को चुनना चाहते हैं लेकिन यदि व्यक्ति A को चुना जाता है तो व्यक्ति B को अवश्य चुना जाएगा। कुल कितनी प्रकार से 6 व्यक्तियों को चुना जा सकता है।

29. Solve the following system of inequation graphically

$$3x+2y \leq 24, x+2y \leq 16, x+y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$$

निम्न असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए।

$$3x+2y \leq 24, x+2y \leq 16, x+y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$$